

2. cvičení - Kompaktnost a úvod do parciálních derivací

☎ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Určete, zda je množina M kompaktní.

- | | |
|--|--|
| (a) $M \subseteq \mathbb{R}^n$ je konečná. | (i) ☎ $M = [x + y = 4]$ |
| (b) $M = [a, b]$, kde $a, b \in \mathbb{R}, a \leq b$. | (j) $M = [x + y \leq 1]$ |
| (c) $M = (0, 1)$ | (k) $M = [x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0]$ |
| (d) ☎ $M = \{x_n : n \in \mathbb{N}\} \cup \{x\}$, kde $x_n \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$, a $x = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \in \mathbb{R}$. | (l) $M = [\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0]$ |
| (e) $M = [x^2 + y^2 = 1]$ | (m) ☎ $M = [y \geq -1, x + y \leq 1, x - y \geq -1]$ |
| (f) ☎ $M = [x^2 + y^2 + z^2 = 1, x = y^2 + z^2]$ | (n) ☎ $M = [x + y + z = 1, x^2 + y^2 = z]$ |
| (g) $M = [x^2 + 4y^2 \leq 1, z \leq 1]$ | (o) $M = [x^2 + 2y^2 = 1, x + y + z = 1]$ |
| (h) $M = [x^2 + y^2 \geq 1]$ | (p) $M = [x + y + z = 0, x^2 + y^2 - z = 0]$ |
| | (q) $M = [x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 \leq 2]$ |

Příklad 2 (Připomenutí derivací). Spočtěte derivace následujících funkcí.

- | | |
|----------------------------------|--|
| (a) $\frac{\sqrt{x^3-1}}{1-x^2}$ | (c) $(\cos(2x) - e^{2x})^{-3}$ |
| (b) $\log(\cos(e^x))$ | (d) $\arccos\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \log(x^3 - 2x + 1)$ |

Příklad 3. Spočtěte parciální derivace funkce f všude, kde existují.

- | | |
|---|--|
| (a) $f(x, y) = 35x - 4y^2 + 3x^2y$ | (e) ☎ $f(x, y) = x^y$ |
| (b) ☎ $f(x, y) = \frac{\sin y^2}{x}$ | (f) ☎ $f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$ |
| (c) $f(x, y) = e^{xy} + \sin(x + y)$ | (g) ☎ $f(x, y) = x \cdot y $ |
| (d) $f(x, y) = x \tan \frac{x}{y}$ | |
| (h) $f(x, y) = \begin{cases} \sqrt[3]{x^2 + y} \cdot \log(x^2 + y^2), & [x, y] \neq [0, 0] \\ 0, & [x, y] = [0, 0] \end{cases}$ | |
| (i) ☎ $f(x, y) = \begin{cases} e^{\frac{-1}{x^2+xy+y^2}}, & [x, y] \neq [0, 0] \\ 0, & [x, y] = [0, 0] \end{cases}$ | |

Pokračování na další straně.



Příklad 4 (Neřešené). Spočtěte parciální derivace funkce všude, kde existují.

(a) $f(x, y, z) = xyz + x \log z + yz^2$

(e) $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$

(b) ☎ $f(x, y) = \frac{1}{2} \log \frac{x+y}{x-y}$

(f) $f(x, y) = |y - \sin x|$

(c) $f(x, y) = \operatorname{arccotg} \frac{x+y}{x-y}$

(g) ☎ $f(x, y, z) = \left(\frac{x}{y}\right)^z$

(d) $f(x, y) = |x| \cdot y$

(h) $f(x, y, z) = x^{\frac{y}{z}}$

